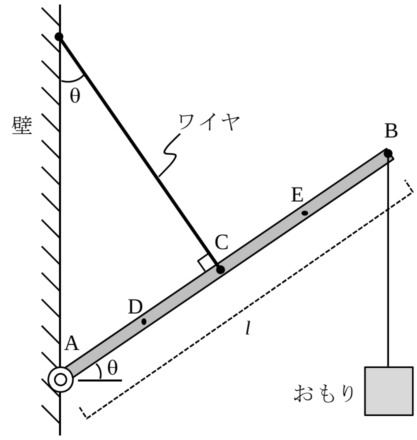
T76060/76061 工業力学 中間試験（2010.12.20） 学籍番号

解　答　例 氏　名

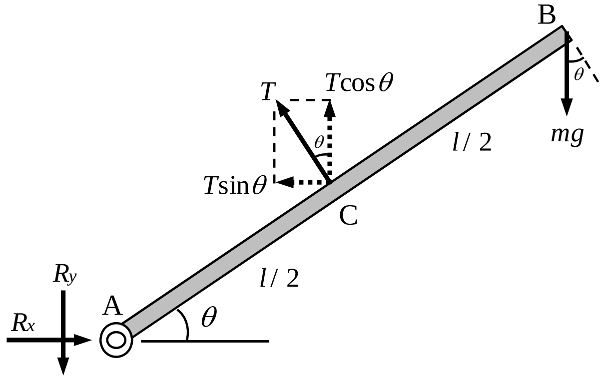
問１　右図に示すように、長さ l = 1 m の棒 AB が鉛直壁面にヒンジで固定されている。この棒の B 点に質量 m = 50 kg のおもりをつるし、ワイヤを用いて棒 AB の中点 C を壁に結合した。棒 AB とワイヤは直角をなしており、ワイヤと壁の角度は $\theta = 30^o$ となっている。棒とワイヤの質量は無視できるものとし、重力加速度を g = 9.8 m/s^2 として以下の問いに答えよ。
解答の際は、<u>必要な Free Body 図を必ず図示</u>すること。



（１）ワイヤに働く張力および A 点における支点反力を求めよ。

［ 解 答 ］

Free Body 図は右のようになる。
ワイヤの張力 T、支点反力 R_x および R_y として、棒に関する力および力のモーメントのつり合い式を立てる。



（水平方向）$R_x - T\sin\theta = 0$
（鉛直方向）$R_y - T\cos\theta + mg = 0$
（回転方向）$T \cdot l/2 - mg \cdot l\cos\theta = 0$（A 点基準）
これらを解くと、

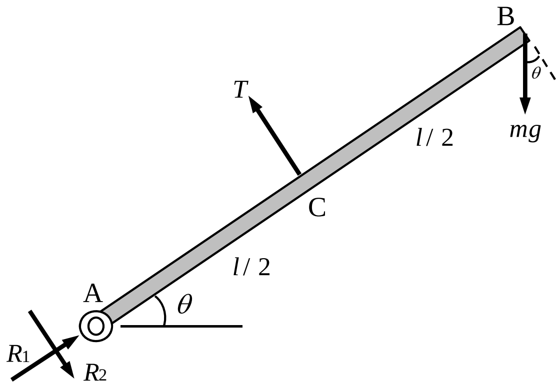
$T = 2mg\cos\theta = 2 \times 50 \times 9.8 \times \cos 30^o = \underline{848.7\ (N)}$

$R_x = 2mg\sin\theta\cos\theta = mg\sin 2\theta = 50 \times 9.8 \times \sin 60^o = \underline{424.4\ (N)}$

$R_y = mg(2\cos^2\theta - 1) = mg\cos 2\theta = 50 \times 9.8 \times \cos 60^o = \underline{245\ (N)}$

＜ 別 解 ＞

支点反力を棒の軸方向に力 R_1、軸直角方向に R_2 として、それぞれの方向に関する力および力のモーメントのつり合い式を立てる。



（軸方向）　$R_1 - mg\sin\theta = 0$
（軸直角方向）$R_2 - T + mg\cos\theta = 0$
（回転方向）　$T \cdot l/2 - mg\cos\theta \cdot l = 0$（A 点基準）
これらを解くと、

$T = 2mg\cos\theta = 2 \times 50 \times 9.8 \times \cos 30^o = \underline{848.7\ (N)}$

$R_1 = mg\sin\theta = 50 \times 9.8 \times \sin 30^o = \underline{245\ (N)}$

$R_2 = T - mg\cos\theta = mg\cos\theta = 50 \times 9.8 \times \cos 30^o = \underline{424.4\ (N)}$

<u>コメント</u>

・回転支持（ヒンジ）では、支点反力が<u>２方向</u>生じることに注意。１方向にしか仮定していない人が多く見受けられた。
・この問題は非常に基本的であるので、これが完璧にできていない人は、猛省してしっかり復習すること。
・符号のミスや計算ミスが多すぎる。ミスをしてもいつでも部分点をもらえると思わないように。

T76060/76061 工業力学 中間試験（2010.12.20） 学籍番号

解　答　例 氏　名

問１（続き）

（２）棒の AC 間の中点 D、および CB 間の中点 E で生じる軸力、せん断力、内力(曲げ)モーメントを求めよ。

［ 解 答 ］

D 点および E 点で棒を切断し、切断されたいずれか一方の部分について、軸方向・軸直角方向・回転方向の力および力のモーメントのつり合い式を立てる。

＜D 点＞

Free Body 図は右のようになる。

（軸方向）$R_x \cos\theta - R_y \sin\theta + N_D = 0$

（直角方向）$R_x \sin\theta + R_y \cos\theta - F_D = 0$

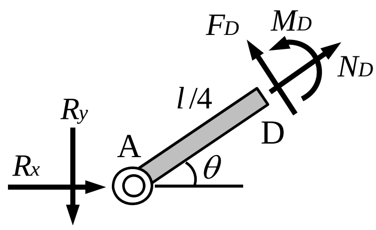
（回転方向）$F_D \cdot l/4 + M_D = 0$（A 点基準）

これを解くと、

$N_D = -mg \sin\theta = -50 \times 9.8 \times \sin 30^{\circ} = \underline{-245\ (\mathrm{N})}$

$F_D = mg \cos\theta = 50 \times 9.8 \times \cos 30^{\circ} = \underline{424.4\ (\mathrm{N})}$

$M_D = -mg\, l/4 \cos\theta = -50 \times 9.8 \times 0.25 \times \cos 30^{\circ} = \underline{-106.1\ (\mathrm{N \cdot m})}$



※（１）を別解のように解いていると、方程式がさらに簡単になる。

＜E 点＞

Free Body 図は右のようになる。

（軸方向）$mg \sin\theta + N_E = 0$

（直角方向）$mg \cos\theta + F_E = 0$

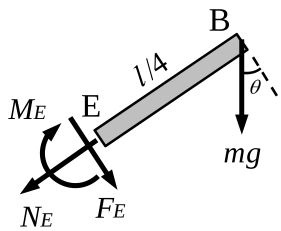
（回転方向）$F_E \cdot l/4 - M_E = 0$（B 点基準）

これを解くと、

$N_E = -mg \sin\theta = -50 \times 9.8 \times \sin 30^{\circ} = \underline{-245\ (\mathrm{N})}$

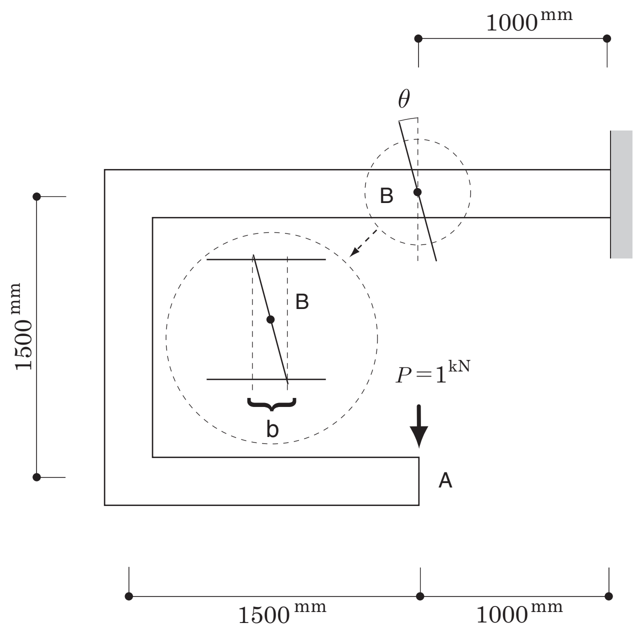
$F_E = -mg \cos\theta = -50 \times 9.8 \times \sin 30^{\circ} = \underline{-424.4\ (\mathrm{N})}$

$M_E = -mg\, l/4 \cos\theta = -50 \times 9.8 \times 0.25 \times \cos 30^{\circ} = \underline{-106.1\ (\mathrm{N})}$



コメント

- C 点で分割している人が多く見受けられたが、分割するのであればその断面における内力を作用させた Free body 図を描かなければならない。原則として、内力を求めたい断面以外では分割しないこと。
- 上の解答例では（１）で求めた支点反力を用い、D 点で分割した左側部分に関するつり合いから内力を計算しているが、右側部分についてのつり合いから計算する場合は、支点反力を用いる必要がないので、（１）を間違えても（２）は正解できることがある（張力 T を間違えていなければ）。
- 力のつり合い式を水平方向と鉛直方向について立てている人が多かった。計算間違いをしなければそれでもよいが、軸力やせん断力に cos、sin を乗じなければならず、連立方程式が複雑になるので間違えやすい。内力が未知数であることが明らかなので、なるべく複雑な連立方程式にならないよう、上の解答例のように棒の軸方向と直角方向についてつり合い式を立てる方がよい。
- 符号のミスや計算ミスが多すぎる。ミスをしてもいつでも部分点をもらえるものと思わないように。

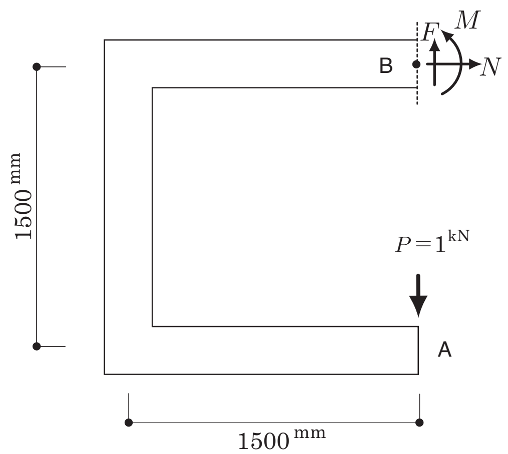


左図のように部材の A 点に外力 P=1 kN を作用させた．部材の断面は一様に 50 mm×50 mm の正方形とする．以下の問に答えよ．

(1) B 点に生じる軸力 N_B,（部材の垂直断面における）せん断力 F_B，曲げモーメント M_B に関するフリーボディー図を作成し，軸力 N_B，せん断力 F_B，曲げモーメント M_B を求めよ．

(2) 図のように B 点において θ=15° で切断した断面に生じる平均の垂直応力 σ とせん断応力 τ を求めよ．

なお，(2) の解答に際しては，図中 b の範囲の内力と内力モーメントはそれぞれ (1) で求めた値の一定値とみなせるものとする．



(1) 左図にフリーボディー図を示す．力のつり合いとモーメントのつり合いより，

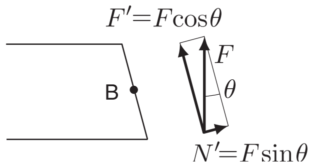
$N = 0$　　（水平方向・右向き＋とした）

$F - P = 0$　　（鉛直方向・上向き＋とした）

$M + P \times 0 = 0$　　（基準点 B）

外力 P は B 点に関してはモーメントを持たないことに注意．

第 2 式より，せん断力は上向き，大きさ F=1.0 (kN)，軸力，曲げモーメントは生じない．



(2) 左下図に示すように，(1) で求めた上向きせん断力 F を θ=15° 傾いた断面に垂直方向の力 N'，断面方向の力 F' に分解すると，

$$N' = F\sin\theta = 1^{\,\mathrm{(kN)}} \times \sin 15^\circ = 0.2588\ \mathrm{(kN)}$$

$$F' = F\cos\theta = 1^{\,\mathrm{(kN)}} \times \cos 15^\circ = 0.9659\ \mathrm{(kN)}$$

また，15° 傾いた断面の面積 A' は

$$A' = \frac{A}{\cos\theta} = \frac{50^{\,\mathrm{(mm)}} \times 50^{\,\mathrm{(mm)}}}{\cos 15^\circ} = 2588.2\ \mathrm{(mm^2)}$$

従って，垂直応力 σ とせん断応力 τ はそれぞれ，

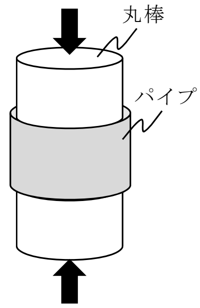
$$\sigma = \frac{N'}{A'} = \frac{0.2588^{\,\mathrm{(kN)}}}{2588.2^{\,\mathrm{(mm^2)}}} = \underline{1.0 \times 10^{-4}\ \mathrm{(kN/mm^2)} = 0.1\ \mathrm{(N/mm^2)}} = \underline{100\ \mathrm{(kN/m^2)} = 100\ \mathrm{(kPa)}}$$

$$\tau = \frac{F'}{A'} = \frac{0.9659^{\,\mathrm{(kN)}}}{2588.2^{\,\mathrm{(mm^2)}}} = \underline{3.7319 \times 10^{-4}\ \mathrm{(kN/mm^2)} = 0.373\ \mathrm{(N/mm^2)}} = \underline{373\ \mathrm{(kPa)}}$$

T76060/76061 工業力学 中間試験（2010.12.20）　　学籍番号

解　答　例　　氏　名

問３　右図に示すように、直径 d = 100 mm、長さ l = 300 mm の円形断面を有する丸棒が、内面の直径 D = 100.2 mm、長さ L = 100 mm のパイプの中に通してある。丸棒とパイプのポアソン比をそれぞれ $\nu_1 = 0.2$、$\nu_2 = 0.3$ として、以下の問いに答えよ。



（１）丸棒の軸方向に圧縮力 P を加えたところ、丸棒の側面がパイプの内面にちょうどぴったり接した。このとき、丸棒の長さ変化量 λ および丸棒に加えた圧縮力 P はいくらか。ただし、丸棒のヤング率 E_1 = 30 kN/mm^2 とする。

（２）（１）の状態から圧縮力をさらに増加させると、パイプは丸棒に押し広げられて内面の直径が 0.1 mm だけ大きくなった。このとき、パイプの長さはいくら変化するか。ただし、パイプの肉厚は十分薄いものとし、丸棒とパイプ内面との間の摩擦は無視できるものとする。

［ 解 答 ］

（１）丸棒の直径の変化量を δ、長さ方向および直径方向のひずみをそれぞれ ε_l、ε_d とすると、

$\delta = \varepsilon_d\, d = -\nu_1\, \varepsilon_l\, d = -\nu_1\, d\, \lambda / l = D - d$

$\therefore\ \lambda = -(D - d)\, l / \nu_1\, d = -(100.2-100)\times 300 \div (0.2\times 100) = \underline{3\ (\mathrm{mm})}$

$P = \sigma_l\, A = E_1\, \varepsilon_l\, A = E_1\, A\, \lambda / l = 30{,}000\times 50^2\pi\times 3\div 300 = \underline{2356\ (\mathrm{kN})}$

（２）パイプの内径が 0.1 mm 大きくなったので、パイプの円周方向ひずみ $\varepsilon_d = 0.1\pi / 100.2\pi = 0.000998$

ポアソン比 $\nu_2 = 0.3$ であるので、パイプの長さ方向ひずみ $\varepsilon_l = -\nu_2\, \varepsilon_d = -0.0002994$

よって、長さ変化量 $\lambda = \varepsilon_l\, L = \underline{-0.02994\ (\mathrm{mm})}$

コメント

・ポアソン比は「長さ変化量の比」ではなく、「ひずみの比」である。定義をしっかり理解せよ。

・（１）では $\varepsilon_d = -\nu_1\, \varepsilon_l$ であるのに対し、（２）では $\varepsilon_l = -\nu_2\, \varepsilon_d$ となる。単純に「縦」と「横」なのではなく、力を受けている方向のひずみが「縦ひずみ」なのである。

（１）では丸棒が軸方向に力を受け、その結果として直径方向にひずみが生じるため、ε_l が縦ひずみ、ε_d が横ひずみとなる。これに対して、（２）ではパイプが丸棒に押し広げられて円周方向に引張力が働くために、円周方向にひずみがまず生じる（直径が大きくなる）。その結果として、長さ方向にひずみが生じるため、ε_d が縦ひずみ、ε_l が横ひずみとなる。

問４　　学籍番号 ____________　氏名 ____________　（工業力学・中間試験・2010/12/20）

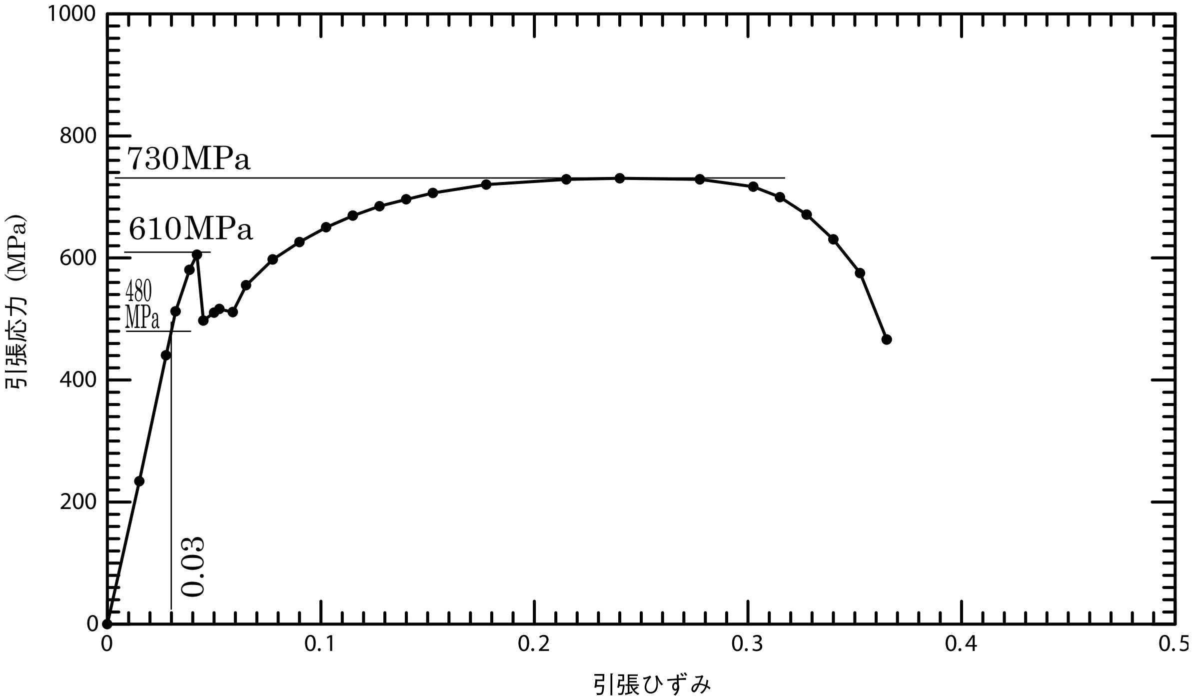
下図はある延性材料の引張応力と引張ひずみの実験結果をプロットしたものである．この材料の

(1) 降伏応力

(2) 引張強さ（引張強度）

(3) ヤング率

を記せ．



(1) 降伏応力 ：弾性限界から応力を少し増加させると，応力は極大値を取った後，急激に下がる．この極大値が降伏応力であるから，

610 (MPa)

(2) 引張強さ（引張強度）：降伏が終わると，ひずみの増加とともに応力が再び増加を始め，やがて応力が最大値に達する。この応力の最大値が引張強さ（ultimate stress）または引張強度（tensile strength）であるから，

730 (MPa)

(3) ヤング率：応力が小さい段階では，応力とひずみの関係は直線関係となる（線形弾性，linear elastic）。このときの傾きがヤング率（縦弾性係数）であるから，

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{480^{\,\mathrm{(MPa)}}}{0.03} = 16000\ \mathrm{(MPa)} = 16\ \mathrm{(GPa)} = 16\ \mathrm{(kN/mm^2)}$$