**T76060/76061 工業力学 期末試験（2011. 2.14）**

学籍番号 ____________________

氏　　名 ____________________

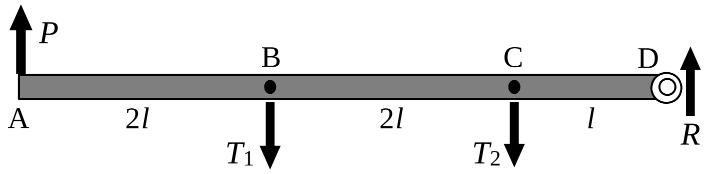
１．解答

（１）Free Body 図は右の通り。

力および力のモーメントのつり合い式は

（鉛直）$P + R - T_1 - T_2 = 0$

（回転）$5P - 3T_1 - T_2 = 0$




（２）剛体棒が点 D を中心として微小な角度$\theta$ だけ回転したとき、弾性棒①と②の伸び量はそれぞれ

$\lambda_1 = 3l\theta$ 、$\lambda_2 = l\theta$

となる。元の長さ $l$ 、断面積 $A$、ヤング率 $E$ が等しいので、軸引張力 $T_1$ および $T_2$ の間には

$T_1 = 3T_2$

なる関係がある。これを用いて（１）のつり合い式を解くと

$T_1 = 3P / 2$ 、$T_2 = P / 2$

（３）（２）の解より、$\theta = \varepsilon_2 = T_2 / EA = P / 2EA$

よって、$\lambda_A = 5l\theta = 5Pl / 2EA$

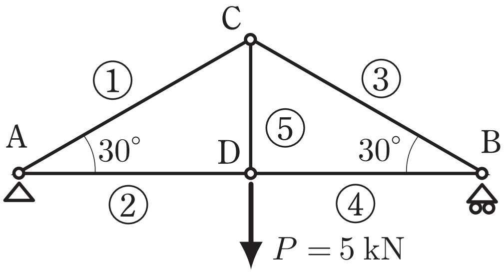
２．解答

（１）プリント 4.1 節の例題-1 と同じ。

（２）棒の上端において、$\rho Al + mg \leqq \sigma_t A$ より、$m \leqq (\sigma_t - \rho l) A / g$

下図のように，自重を無視できる部材①〜⑤からなるトラス構造の D 節点に鉛直下向きに $P$=5 kN の外力を加えた．5 つの部材に生じる内力 $N_1$〜$N_5$，ならびに，節点 A，B がそれぞれ支点から受ける反力を求めよ．

なお，解答には必要なフリーボディー図を示し，計算に先立って仮定した力の正の方向を明示すること．また，簡単のため，外力によるトラスの変形は考慮しないものとする．




D 節点・鉛直方向（下図 D）の力のつり合いより

$$P - N_5 = 0 \qquad \rightarrow \qquad N_5 = P = 5 \text{ (kN)} \tag{1}$$

C 節点・鉛直方向（下図 C）の力のつり合いならびに構造物及び外力の対称性から

$$2N_1 \sin 30 + N_5 = 0 \qquad \rightarrow \qquad N_1 = \frac{-N_5}{2\sin 30^\circ} = -5 \text{ (kN)} = N_3 \tag{2}$$

B 節点・水平方向，鉛直方向（下図 B）の力のつり合いから

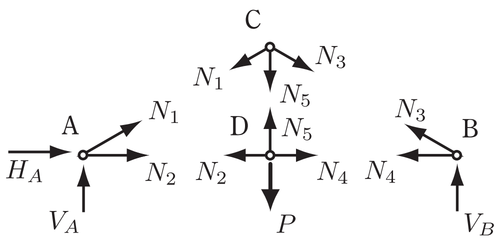
$$N_3 \cos 30^\circ + N_4 = 0 \qquad \rightarrow \qquad N_4 = -N_3 \cos 30^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ (kN)} = 4.33 \text{ (kN)} = N_2 \tag{3}$$

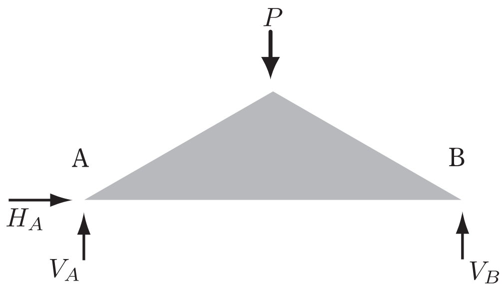
$$V_B + N_3 \sin 30^\circ = 0 \qquad \rightarrow \qquad V_B = -N_3 \sin 30^\circ = 2.5 \text{ (kN)} \tag{4}$$

A 節点・鉛直方向，水平方向（下図 A）の力のつり合いから

$$V_A + N_1 \sin 30^\circ = 0 \qquad \rightarrow \qquad V_A = -N_1 \sin 30^\circ = 2.5 \text{ (kN)} \tag{5}$$

$$H_A + N_1 \cos 30^\circ + N_2 = 0 \qquad \rightarrow \qquad H_A = -N_1 \cos 30^\circ - N_2 = \frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2} = 0 \text{ (kN)} \tag{6}$$




(別解) 右上図のようにトラスを単純梁と見なして，支点反力を先に求めてしまう方が計算は簡単である．

$$V_A = V_B = 2.5 \text{ (kN)}, \qquad H_A = 0 \text{ (kN)} \quad \text{は明らか.}$$

次に式 (5)(6) と対称性より $N_1$，$N_2$，$N_3$，$N_4$ を，式 (1) から $N_5$ を求める．

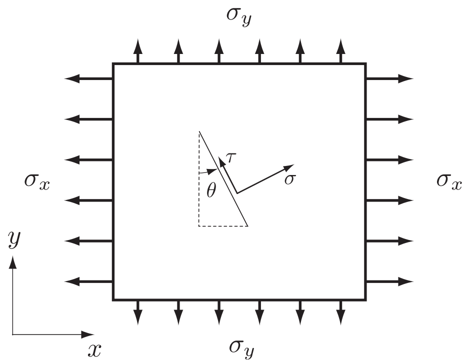
問 4　　学籍番号 ________　氏名 ________　（工業力学・期末試験・2011/2/14）

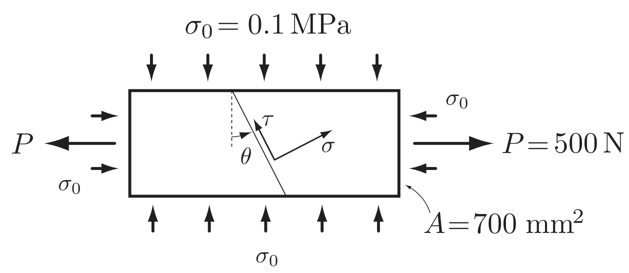
下左図に示すように，$x$, $y$ 方向にそれぞれ垂直応力 $\sigma_x$，$\sigma_y$ のみが作用する物体を考える．以下の問に答えよ．

(1)　下左図に示す $\theta$ 傾いた面に生じる垂直応力 $\sigma$ とせん断応力 $\tau$ をそれぞれ $\sigma_x$，$\sigma_y$ を用いて表せ．

(2)　(1) で導いた結果から，この応力状態におけるモールの応力円の式を導け．

(3)　下右図に示すように，断面積 $A = 700\,\mathrm{mm}^2$ の部材を水に浸し，水圧を加えて部材に一様な圧力 $\sigma_0 = 0.1\,\mathrm{MPa}$ を作用させ，さらに部材の両端を外力 $P = 500\,\mathrm{N}$ で引張った．このときの主せん断応力 $\tau_{\max}$ と主せん断応力面の方向を求めよ．




(1)　左図の三角形部分の $\sigma$ 方向ならびに $\tau$ 方向の力のつり合いより

$$\sigma ds - \sigma_x \cos\theta\, dy - \sigma_y \sin\theta\, dx = 0 \tag{1}$$

$$\tau ds + \sigma_x \sin\theta\, dy - \sigma_y \cos\theta\, dx = 0 \tag{2}$$

式 (1)(2) および $dy/ds = \cos\theta$，$dx/ds = \sin\theta$ の関係より，

$$\sigma = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta = \sigma_x \frac{1+\cos 2\theta}{2} + \sigma_y \frac{1-\cos 2\theta}{2} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta \tag{3}$$

$$\tau = -\sigma_x \sin\theta\,\cos\theta + \sigma_y \cos\theta\,\sin\theta = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta \tag{4}$$

(2)　式 (3) より

$$\sigma - \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta \tag{5}$$

式 (4)(5) の両辺を二乗して足しあわせると，この応力状態のモールの応力円の式は

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 \tag{6}$$

これは中心の座標 $\{\sigma, \tau\} = \{(\sigma_x+\sigma_y)/2,\ 0\}$，半径 $|\sigma_x - \sigma_y|/2$ の円である．

(3)　$\sigma_0$ が圧縮応力であることに留意して，$x$，$y$ 方向の垂直応力を求めると，

$$\sigma_x = -\sigma_0 + P/A = -0.1\ ^{(\mathrm{MPa})} + \frac{500\ ^{(\mathrm{N})}}{700\ ^{(\mathrm{mm}^2)}} = -0.1\ ^{(\mathrm{MPa})} + 0.714\times 10^6\ ^{(\mathrm{N/m}^2)} = 0.614\ (\mathrm{MPa}) \tag{7}$$

$$\sigma_y = -\sigma_0 = -0.1\ (\mathrm{MPa}) \tag{8}$$

式 (4) より

$$\tau = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta = -\frac{0.614\ ^{(\mathrm{MPa})} + 0.1\ ^{(\mathrm{MPa})}}{2}\sin 2\theta = -0.357\sin 2\theta\ \ (\mathrm{MPa}) \tag{9}$$

より，$\sin 2\theta = \pm 1$ のとき最大のせん断応力，すなわち主せん断応力となる．

$$|\tau_{max}| = 0.357\ (\mathrm{MPa}),\quad (\theta = \pm 45^\circ) \tag{10}$$